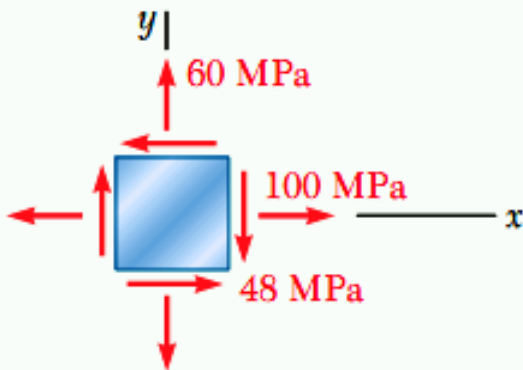




مقاومت مصالح (۱) - تمرینات تکمیلی فصل هفتم: تبدیل تنش (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)



سوال غوغه (۷۰۲) برای وضعیت تنش مصالح نشان داده شده در شکل مقابل معادل است: (a) تنش هکی اصلی وضعیت اصلی، (b) مولفه های تنش بر روی المانی که تحت زاویه $\theta = 30^\circ$ پارامتر دلدوران یافته است.

استراتی حل مسئله: با توجه به این که وضعیت تنش

دارد شده در صورت مند محضات دونه دی دایره موهر را نشان می دهد می توان از این دونه برای ترسیم دایره موهر استفاده کرد. وضعیت تنش دی صفات دیگر (مثلا دی صفات اصلی) باعث ایجاد نقاطی دی دایره موهر می شود که بر اساس هندسه دایره قابل محاسب است.

ملان و تحلیل مند:

ترسیم دایره موهر در شکل (Fig. 1) ابتدا وضعیت نقاط X و Y را دی دایره موهر تعیین می کنیم. تنش σ_x کششی است و بنابراین مقدار آن مثبت فرض می شود. به همین ترتیب، تنش σ_y نیز کششی و مثبت است. تنش برشی τ_{xy} باعث چرخش ساعتگرد المان می شود و بنابراین مقدار آن منفی است. بنابراین داریم: $\sigma_x = 100 \text{ MPa}$; $\sigma_y = 60 \text{ MPa}$; $\tau_{xy} = -48 \text{ MPa}$
 $X(\sigma_x, -\tau_{xy}) = X(100, 48)$; $Y(\sigma_y, \tau_{xy}) = Y(60, -48)$

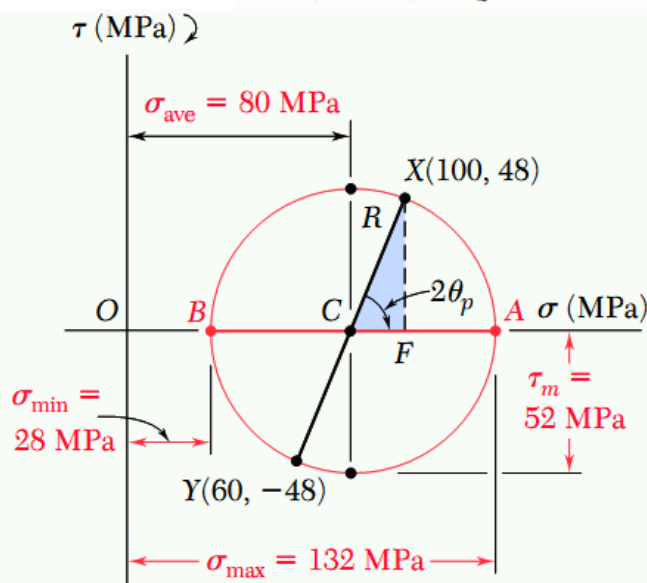


Fig. 1 Mohr's circle for given stress state.

بنابراین نقطه X سمت راست محور قائم و بالای محور افقی است.

نقطه Y سمت راست محور قائم و زیر محور افقی است.

الون شعاع و مرکز دایره موهر را بدست می آوریم:

$$\sigma_{ave} = OC = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{100 + 60}{2} = 80 \text{ MPa}$$

$$R = \sqrt{(CF)^2 + (FX)^2} = \sqrt{20^2 + 48^2} = 52 \text{ MPa}$$

با استفاده از مرکز و شعاع ترسیم دایره موهر آسانتری شود.



مقاومت مصالح (۱)- تمرینات تکمیلی فصل هفتم: تبدیل تنش (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد- واحد اصفهان)

۱. تنش های اصلی و مضغوط اصلی. اکنون تقاطع XY روی دایره موصوف به اندازه $2\theta_p$ چرخانده می شود تا بر روی خط AB در وضعیت تنش های اصلی مضغوط شود. در این صورت:

$$\tan 2\theta_p = \frac{XF}{CF} = \frac{48}{20} = 2.4 \Rightarrow 2\theta_p = 67.4^\circ, \theta_p = 33.7^\circ$$

برای تنش های اصلی مختص x را برای نقاط A و B روی محور افقی بدست می آوریم:

$$\sigma_{\max} = OA = OC + CA = 80 + 52 = 132 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{\min} = OB = OC - BC = 80 - 52 = 28 \text{ MPa}$$

از آنجا که روی دایره موصوف چرخش $2\theta_p$ ساعتگرد بود، چرخش همان نیز روی صفحات اصلی ساعتگرد است. بنابراین محور Ox به اندازه $\theta_p = 33.7^\circ$ ساعتگردی چرخش یافته به هر دو وضعیت تنش اصلی تغییر کرده. با توجه به این که در این چرخش لای دایره موصوف X به A تغییر می شود پس تنش σ_x به $\sigma_{\max}$ تبدیل خواهد شد.

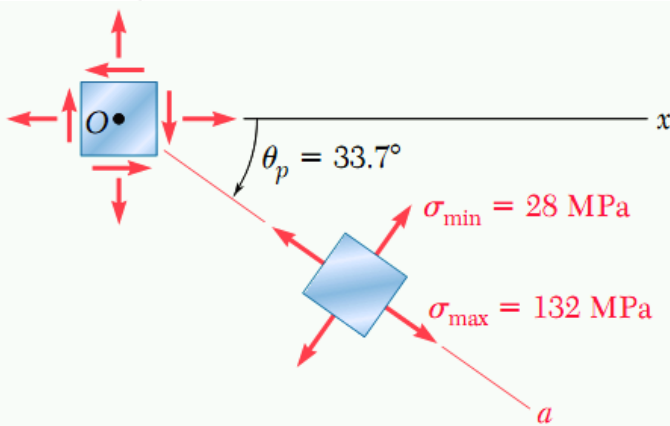


Fig. 2 Orientation of principal stress element.

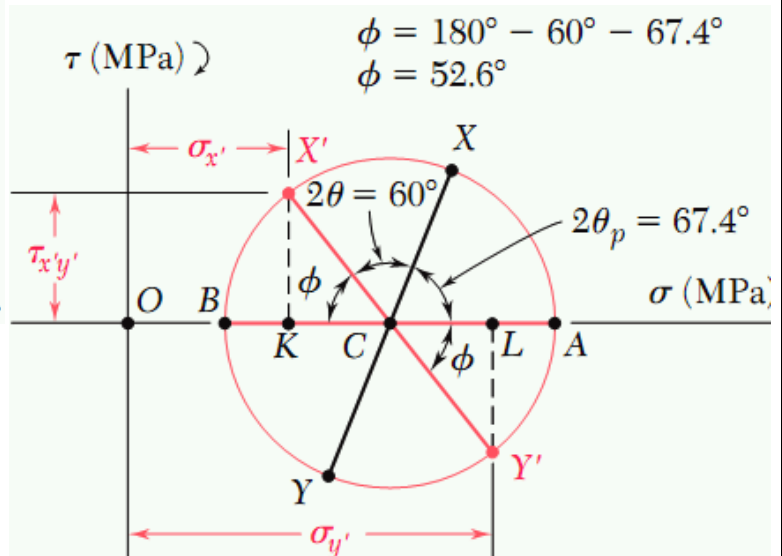


Fig. 3 Mohr's circle analysis for element rotation of 30° counterclockwise.

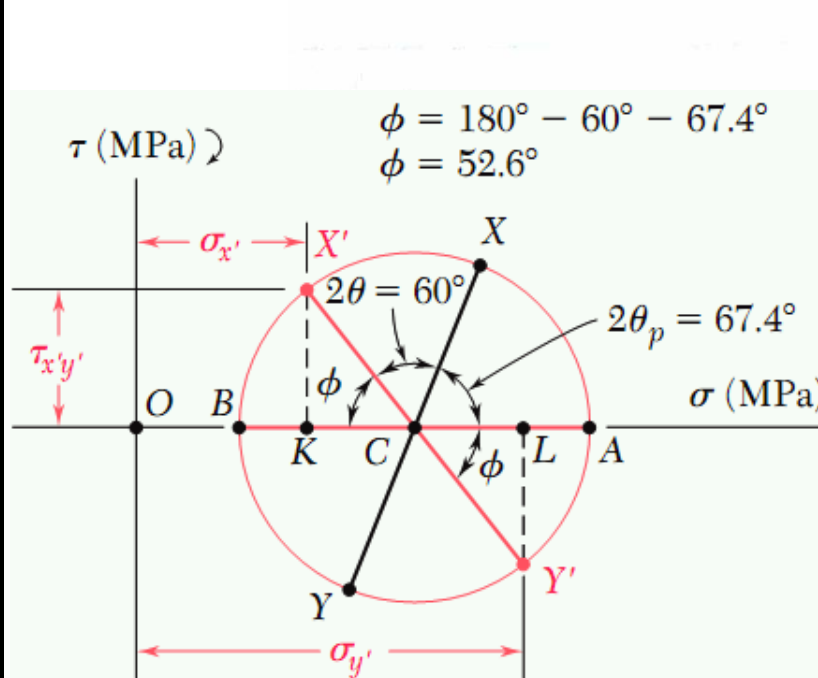


Fig. 3 Mohr's circle analysis for element rotation of 30° counterclockwise.

صوفی صای ریش لوی ایمان با مرحش آ 30 = 5

نقاط X' و Y' را با جبرضت نقاط X و Y به اندازه

$$\phi = 180 - 60 - 67.4 \Rightarrow \phi = 52.6^\circ$$

$$\sigma_x' = OK = OC - KC$$

$$\sigma_{x'} = 80 - R C_s \phi = 80 - 52 C_s 52.6$$

$$\sigma_x' = 48.4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{y'} = OC + CL = OC + RGS \text{ \$}$$

$$\sigma_{y'} = 80 + 52 \text{ and } 52 \cdot 6$$

$$\sigma_y' = 111.6 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy}' = -K x' = R \sin \phi = 52 \sin 52.6$$

$$\tau_{x'y'} = -41.3 \text{ MPa}$$

یعنی چرخش $T'x'y'$ ساعتگرد است. جهت کسب آن $T'x'y'$ با استفاده از مضاف X' بدست آمده است.

$X'(\sigma_{x'} - T'x'y')$. علامت منفی در رابطه بالا به همین خاطر است!

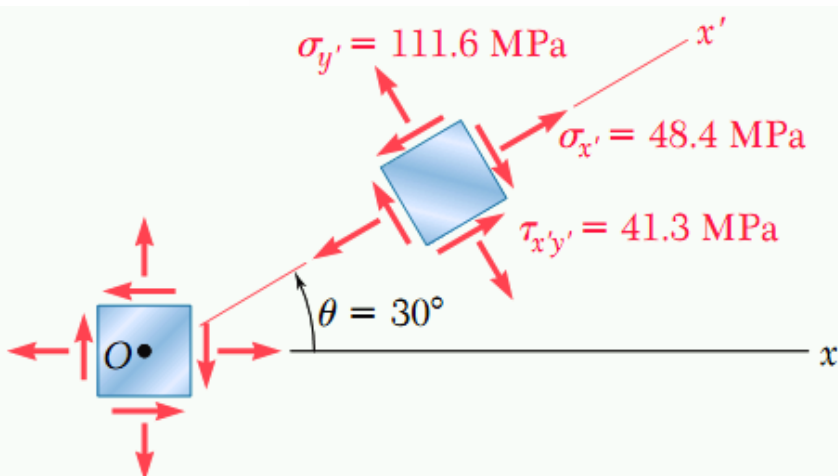
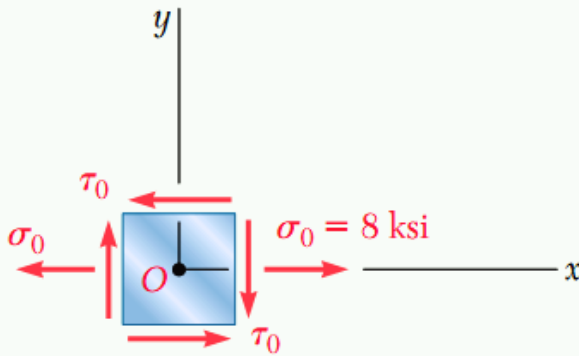


Fig. 4 Stress components obtained by rotating original element 30° counterclockwise.



مقاومت مصالح (۱) - تمرینات تکمیلی فصل هفتم: تبدیل تنش (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)



مثال غنیم (۷۰:۲) در یک وضعیت تنش مطمح،
 $\sigma_0 = 8$ در المان مربعی که ابعاد آن می شود. مطلوب است:
 ۱- تعیین تنش برشی τ_0 به غرضی که بیشترین تنش عمودی
 به مقدار ۱۰ ksi برسد. (b) تنش برشی ممانیم تغییر

استواری حل مسئله. نتایجی توانسته با استفاده از
 تنش های عمودی داده شده مقدار متوسط تنش عمودی را
 محاسبه کنیم که در واقع مرکز دایره موهر را نشان
 می دهد. با توجه به اینکه بیشترین تنش عمودی در واقع
 همان تنش اصلی است. دایره موهر قابل ترسیم خواهد
 بود.

در ساری و تحلیل مسئله:

ترسیم دایره موهر (شکل ۱) با توجه به وضعیت تنش
 مشاهده می شود که $\sigma_x = \sigma_0 = 8$ با مقدار مثبت است.
 چون این تنش کششی است. و از طرفی در راستای y
 تنش عمودی نداریم. یعنی $\sigma_y = 0$. تنش برشی
 τ_{xy} باعث چرخش ساعتگرد المان می شود. پس
 $\tau_{xy} = -\tau_0$.

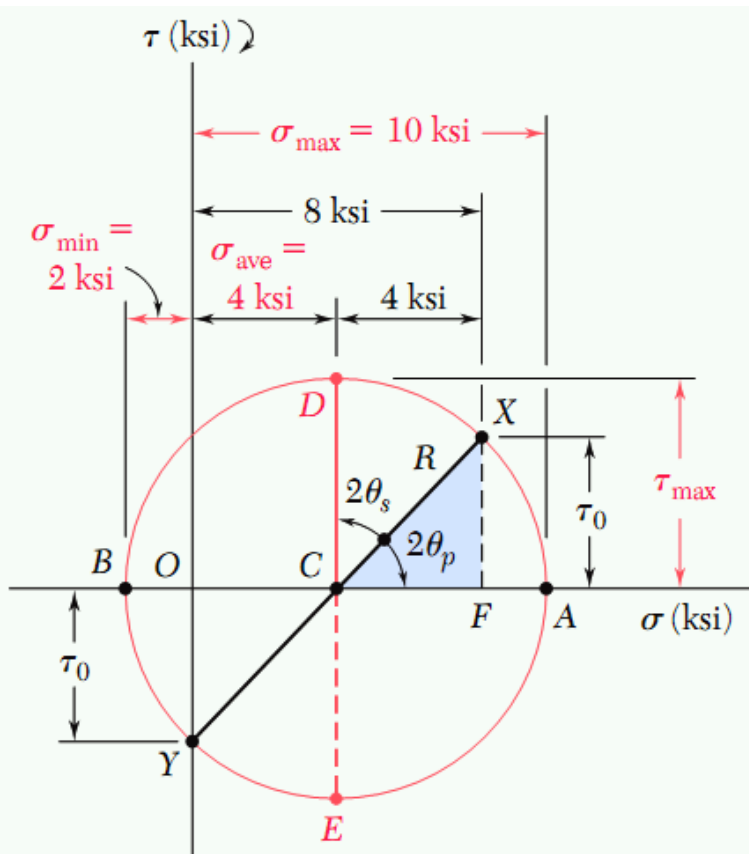


Fig. 1 Mohr's circle for given state of stress.

آکون مختصات نقطه x و y دایره موهر معلوم است.

است: $\sigma_x = 8$; $\sigma_y = 0$; $\tau_{xy} = -\tau_0$

$$X(\sigma_x, -\tau_{xy}) = (8, \tau_0)$$

$$Y(\sigma_y, \tau_{xy}) = (0, -\tau_0)$$



مقاومت مصالح (۱) - تمرینات تکمیلی فصل هفتم: تبدیل تنش (ویژه کلاس های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

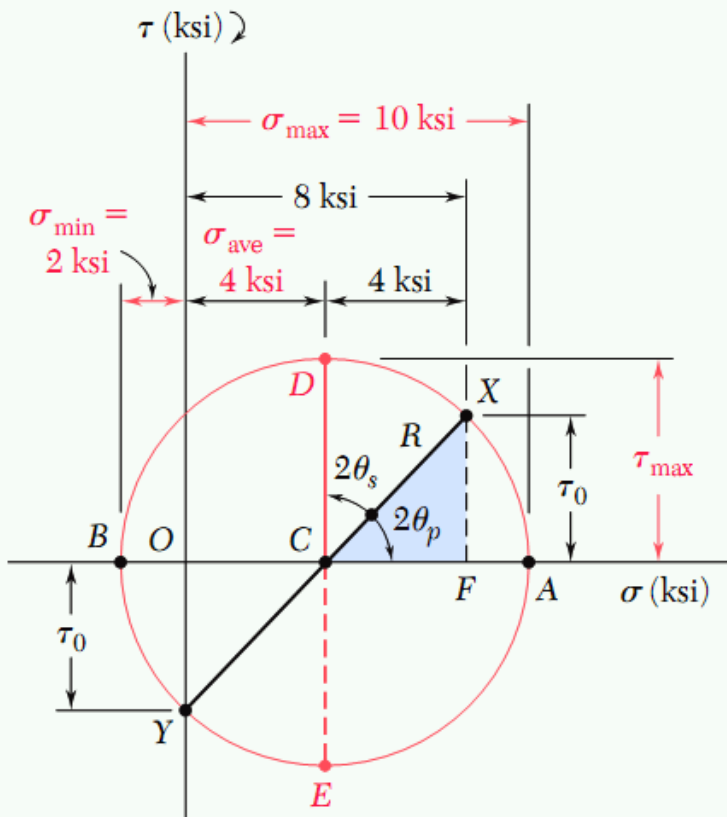


Fig. 1 Mohr's circle for given state of stress.

بنابراین برای مرکز دایره مواضع خواهیم داشت:

$$\sigma_{ave} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{8 + 0}{2} = 4 \text{ ksi}$$

$$\sigma_{max} = \sigma_{ave} + R$$

$$10 = 4 + R \Rightarrow R = 6 \text{ ksi}$$

۱) بررسی تنش برشی τ_0 .

$$\cos 2\theta_p = \frac{CF}{CX} = \frac{CF}{R} = \frac{8-4}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\Rightarrow 2\theta_p = 48.2^\circ \Rightarrow \theta_p = 24.1^\circ$$

$$\tau_0 = R \sin 2\theta_p = 6 \sin 48.2 = 4.47 \text{ ksi}$$

۲) حالتی که تنش برشی فقط D روی دایره مواضع

حالتی که تنش برشی را نشان می دهد پس:

$$\tau_{max} = R = 6 \text{ ksi}$$

برای وضعیت تنش برشی حداکثر داریم

$$|2\theta_s| + |2\theta_p| = 90^\circ$$

$$|2\theta_s| + 48.2 = 90$$

$$\Rightarrow |2\theta_s| = 41.8^\circ \Rightarrow 2\theta_s = 41.8^\circ$$

$$\theta_s = 20.9^\circ$$

یعنی با چرخش با زاویه $\theta_s = 20.9^\circ$ به اندازه θ_s تنش

برشی حداکثر می شود در آن

$$\tau_{x'y'} = \tau_{max} = 6 \text{ ksi}$$

$$\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = \sigma' = \sigma_{ave} = 4 \text{ ksi}$$

نکته: اگر در صورت مسئله جهت τ تعیین می شود به همین جوابها می رسیدیم اما چرخش این به صورت شلی می بود.



مقاومت مصالح (۱)- تمرینات تکمیلی فصل هفتم: تبدیل تنش (ویژه کلاس‌های مجازی)

مدرس: دکتر علیرضا امامی (هیئت علمی دانشگاه آزاد-واحد اصفهان)

نکته: اگر در صورت مسئله جهت τ_0 تعیین می‌شود به همین جهت‌ها می‌رسیم اما چرخش همان به صورت شکل می‌باشد.

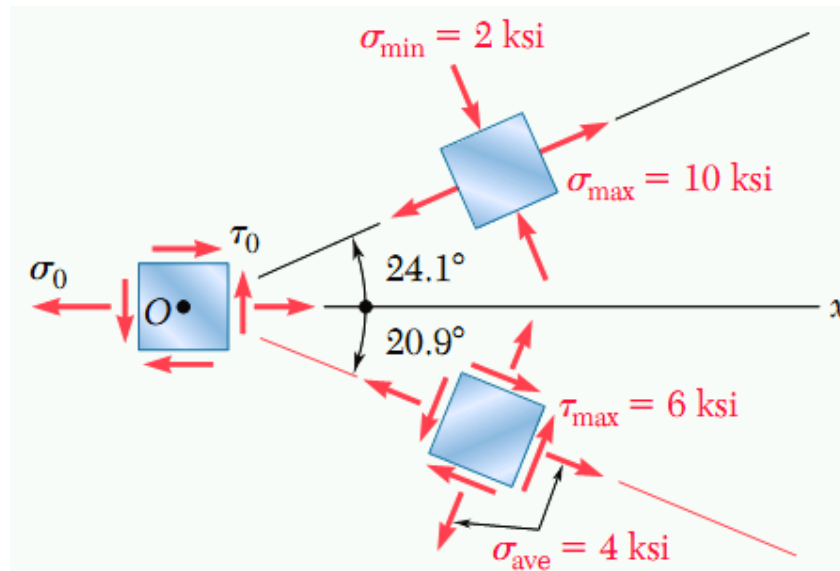


Fig. 3 Orientation of principal and maximum shearing stress planes for opposite sense of τ_0 .